

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»
ПЕРМСКИЙ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ –
ФИЛИАЛ ФИНУНИВЕРСИТЕТА

РАССМОТРЕНО

на заседании кафедры
общеобразовательных социально-
гуманитарных дисциплин

Протокол № 6 от «24» января 2023 г.

Зав. кафедрой, к.п.н.  /М.Л. Катаева

Консультация к экзамену по дисциплине «**Математика**»
для специальности
09.02.07 Информационные системы и программирование

Разработчики:

Ставицкая Е.А., преподаватель первой категории Пермского филиала Финуниверситета
Виноградова Н.А., преподаватель высшей квалификационной категории Пермского филиала Финуниверситета

Рецензент: Тотмянина Л.В., преподаватель высшей квалификационной категории
Пермского филиала Финуниверситета

Одобрено Научно-методическим советом филиала

Протокол № 3 от «28» марта 2023 г.

Пояснительная записка

Консультация к экзамену по учебной дисциплине «Математика»» предназначена для обучающихся на базе основного общего образования по программам подготовки специалистов среднего звена для специальности для специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Изучение учебной дисциплины «Математика» призвано сформировать разнообразные личностные, метапредметные и предметные образовательные результаты, необходимые для развития естественнонаучного мировоззрения будущего специалиста.

Автором кратко излагается теоретический материал, необходимый для выполнения заданий, выносимых на итоговый контроль, даются рекомендации к выполнению предложенных заданий.

Изложенный в пособии материал представлен в разрезе учебных разделов и тем в соответствии с Рабочей программой учебной дисциплины «Математика».

Оглавление

1. Степени, свойства степеней, показательные уравнения	4
2. Иррациональные уравнения и неравенства	5
3. Логарифмы и их свойства	5
4. Тригонометрические функции	5
5. Производная и ее приложение.....	7
6. Интеграл и его свойства	8
7. Стереометрия	9

1. Степени, свойства степеней, показательные уравнения

Свойства степеней:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Свойства радикалов:

$$1. (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$4. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$2. \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$5. (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$3. \sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a}$$

$$6. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

где n, k – четные, под знаком радикала положительное число

1.1 Вычислите выражение:

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + 11^0$$

Решение

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + 11^0 = \frac{3}{2} + 1 = 2,5$$

Ответ: 2,5

1.2 Упростите выражение:

$$\sqrt[4]{8 \cdot 81 \cdot 4} \cdot 2\sqrt{}$$

Решение:

$$\sqrt[4]{8 \cdot 81 \cdot 4} \cdot 2\sqrt{=} \sqrt[4]{8 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt[4]{16 \cdot 4 \cdot 81} = 2 \cdot 3 = 6$$

Ответ: 6

1.3. Вычислите выражение:

$$\sqrt{64} + \sqrt[3]{125} - 1.$$

Решение:

$$\sqrt{64} + \sqrt[3]{125} - 1 = 8 + 5 - 1 = 12$$

Ответ: 12

1.4. Вычислите выражение:

$$16^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} + 3^0.$$

Решение:

$$16^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} + 3^0 = (4^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (5^3)^{\frac{1}{3}} + 1 = 4 \cdot 5 + 1 = 21$$

Ответ: 21

1.5. Решите показательное уравнение:

$$2^{2x+3} = 32$$

Решение:

$$2^{2x+3} = 2^5 \Rightarrow 2^{2x+3} = 2^5 \Rightarrow 2x+3 = 5 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

Ответ: $x=1$

2. Иррациональные уравнения и неравенства

2.1 Решите иррациональное уравнение:

$$\sqrt{30+x} = 6$$

Решение:

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$(\sqrt{30+x})^2 = 6^2 \Rightarrow 30+x = 36 \Rightarrow x = 36-30 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Сделаем проверку: } \sqrt{30+6} = 6 \Rightarrow 6 = 6 - \text{верно}$$

Ответ: $x=6$

2.2 Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{121-x^2}$$

Решение:

$$\text{ОДЗ: } 121-x^2 \geq 0$$

Рассмотрим соответствующее квадратное уравнение :

$$121-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$$

$y = 121-x^2$ – парабола веточками вниз

$$121-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-11; 11]$$

Ответ: $x \in [-11; 11]$

3. Логарифмы и их свойства:

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени c , в которую надо возвести a , чтобы получить b .

$$c = \log_a b$$

3.1. Вычислите логарифмическое выражение:

$$\log_2 8 - 2\log_{1/3} 27 + 4$$

Решение:

$$\log_2 8 - 2\log_{1/3} 27 + 4 = 3 - 2 \cdot (-3) + 4 = 13$$

Ответ: 13

3.2 Решите логарифмическое неравенство

$$\log_3(2-0,1x) \geq 2$$

Решение:

$$\log_3(2-0,1x) \geq 2 \Rightarrow \log_3(2-0,1x) \geq \lg_3 9$$

ОДЗ:

$$(2-0,1x) > 0 \Rightarrow -0,1x > -2 \Rightarrow x < 20$$

$$\begin{cases} x \leq -70 \\ x < 20 \end{cases} \Rightarrow x \leq -70$$

Ответ: $x \in (-\infty; -70]$

4. Тригонометрические функции

$$\Rightarrow 2 - 0,1x \geq 9 \Rightarrow -0,1x \geq 7 \Rightarrow x \leq -70$$

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

4.1 Вычислите тригонометрическое выражение:

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}.$$

Решение:

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 1$$

Ответ: 1

4.2 Вычислите:

$$\sin \frac{13\pi}{3}.$$

Решение:

$$\sin \frac{13\pi}{3} = \sin \left(\frac{12\pi}{3} + \frac{1\pi}{3} \right) = \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $\sqrt{3}/2$

Решение простейших тригонометрических уравнений

$$\sin x = t, \text{ при } |t| \leq 1 \Leftrightarrow x = (-1)^n \arcsin t + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = t, \text{ при } |t| \leq 1 \Leftrightarrow x = \pm \arccos t + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = t, \text{ при } x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg} t + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = -\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

4.3. Найдите все корни уравнения:

$$\cos x = 1$$

Решение:

Воспользуемся основной формулой:

$$x = \pm \arccos 1 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \pm 0 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

или по формуле частного случая: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

4.4. Решите тригонометрическое уравнение

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0.$$

Решение:

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \implies \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Вспользуемся основной формулой :

$$x = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

5. Производная и ее приложение

Таблица производных

$$C' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Правила дифференцирования

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(u \cdot v)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$

u, v, f - функции
c - константа

5.1. Найдите производную функции

$$y = x^5 \cdot \sin x.$$

Решение:

$$y' = (x^5 \cdot \sin x)' = (x^5)' \cdot (\sin x) + (x^5) \cdot (\sin x)' = (5x^4) \cdot (\sin x) + (x^5) \cdot (\cos x) = x^4 \cdot (5\sin x + x \cos x)$$

Ответ: $y' = x^4 \cdot (5\sin x + x \cos x)$

5.2. Вычислите:

$$f'(1), \text{ если } f(x) = 3x^2 + 2x - 7.$$

Решение:

$$f' = (3x^2 + 2x - 7)' = 6x + 2 \Rightarrow f'(1) = 6 \cdot 1 + 2 = 8$$

Ответ: 8

5.3 Определите промежутки возрастания функции

$$y = 3x^2 - 12x + 5.$$

Решение:

$$y' = (3x^2 - 12x + 5)' = 6x - 12$$

$$\text{Функция возрастает если } y' \geq 0 \Rightarrow 6x - 12 \geq 0 \Rightarrow 6x \geq 12 \Rightarrow x \geq 2$$

Ответ: $x \in [2; +\infty)$

5.4. Определите промежутки выпуклости вниз функции

$$y = x^3 - 3x^2 - 2.$$

Решение:

$$y' = (x^3 - 3x^2 - 2)' = 3x^2 - 6x$$

$$(3x^2 - 6x)' = 6x - 6$$

$$\text{Функция выпукла вниз если } y' \geq 0 \Rightarrow 6x - 6 \geq 0 \Rightarrow 6x \geq 6 \Rightarrow x \geq 1$$

Ответ: $x \in [1; +\infty)$

6. Интеграл и его свойства

Основные формулы

1. $\int 0 \cdot dx = C$
2. $\int a \, dx = ax + C \quad (a = \text{const})$
3. $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$
4. $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$
5. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
6. $\int e^x \, dx = e^x + C$
7. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$
8. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$
9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctg } x + C$
10. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg } x + C$

Общие правила интегрирования функций

$$\int c f(x) \, dx = c \int f(x) \, dx$$

$$\int [f(x) + g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$$

6.1 Вычислите интеграл

$$\int (8x^3 - 2) \, dx.$$

Решение:

$$\int (8x^3 - 2) dx = 8 \int x^3 dx - \int 2 dx = 8 \cdot \frac{x^4}{4} - 2x + C = 2x^4 - 2x + C$$

Ответ: $2x^4 - 2x + C$

7. Стереометрия

7.1 В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 10 дм, а высота равна 2 дм. Вычислите площадь боковой поверхности призмы.

Решение:

$$S_{\text{б.п.}} = P_{\text{осн}} \cdot H = (4 \cdot 10) \cdot 2 = 80$$

Ответ: 80 дм²

7.2 В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 5 дм, а высота равна 2 дм. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

Решение:

$$S_{\text{п.п.}} = S_{\text{б.п.}} + S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{б.п.}} = P_{\text{осн}} \cdot H = (4 \cdot 5) \cdot 2 = 40 \quad S_{\text{осн}} = 5^2 = 25$$

$$S_{\text{п.п.}} = 40 + 25 = 65$$

Ответ: 65 дм²

7.3 Вычислить объем куба со стороной 4 см

Решение:

$$V = a^3 = 4^3 = 64$$

Ответ: 64 см³